



مجلة ريادة النمو

تحليل استقرارية نموذج TQR البيزي المقدر بتقنية Lasso و Lasso المعدلة

م. د هيثم حسون ماجد الخزاعي

انتساب الباحث

قسم الرياضيات/ الكلية التربوية
المفتوحة/ مركز النجف الدراسي/
العراق

haithamkhozaee@gmail.com

Affiliation of Author
Department of Mathematic/
Open Educational College/
Al- Najaf Study Center/
Iraq

المستخلص

في الكثير من البحوث التطبيقية التي تستخدم النماذج الاحصائية في تحليل البيانات نجد ان التركيز يكون على اختبار مدى ملائمة النموذج المطبق في تفسير البيانات واجراء التنبؤات اللازمة لكنها تهمل فحص استقرارية النموذج في المستويات المختلفة من البيانات الامر الذي قد ينعكس على ثبات وموثوقية هذه النماذج عند تطبيقها في ظروف مختلفة. نموذج TQR هو احد النماذج المهمة المطبقة في تحليل البيانات وبشكل واسع . يهدف البحث الى تحليل استقرارية نموذج TQR المقدر بأسلوب بيز وبتقنية Lasso وتقنية Lasso المعدلة والمقترحة من قبل الباحث فقد تم التركيز على فحص استقرارية النموذج الخاصة بالأقسام (quantiles) وتم استخدام المقاييس المهمة مثل (Stability Across Quantiles) والمقياس (Shrinkage Paths) للوصول الى افضل النتائج ولمقارنة اداء هذه التقنيات. اظهرت النتائج اهمية هذه المقاييس مجتمعة في تحليل استقرارية النموذج فهي توفر تقييما مزدوجا من حيث الاقسام المختلفة (quantiles) والمسارات الخاصة بالانكماش ، كما اظهرت النتائج اهمية تقنية Lasso في الحفاظ على استقرارية النموذج بشكل افضل من تقنية Lasso المعدلة. تظهر اهمية هذا البحث من خلال تقديمه التقنيات المطورة في النماذج الكمية البيزية لتحليل البيانات عالية الابعاد. **الكلمات المفتاحية:** نموذج الانحدار الكمي توبت، لاسو، لاسو المعدلة، Stability Across Quantiles ، Shrinkage Paths.

Stability analysis of the Bayesian TQR model estimated by using Lasso and modified Lasso techniques

Haitham Hassoon Majed AL Khozaee

Abstract:

In many applied research studies that use statistical models in data analysis, the focus is often on testing the suitability of the applied model in

interpreting the data and making the necessary predictions. However, this often neglects to examine the model's stability at different data levels, which can affect the reliability and consistency of these models when applied under varying conditions. The TQR model is one of the important models widely used in data analysis. This research aimed to analyze the stability of the Tobit Quantile Regression (TQR) model using Bayesian methods, Lasso techniques, and a modified Lasso technique proposed by the researcher. The focus was on examining the model's stability across quantiles. Important metrics such as Quantile Stability Across and Shrinkage Paths were used to achieve optimal results and compare the performance of these techniques. The results demonstrated the importance of these metrics combined in analyzing model stability, as they provide a dual evaluation of different quantiles and shrinkage paths. Furthermore, the results showed that Lasso techniques are more effective at maintaining model stability than the modified Lasso technique. The significance of this research lies in its presentation of improved techniques in Bayesian quantile models for analyzing high-dimensional data.

Keywords: Tobit Quantile Regression Model, Lasso, Modified Lasso, Stability Across Quantiles , Shrinkage Paths

المقدمة:

النماذج الاحصائية من الادوات المهمة والفعالة في تحليل البيانات والتي شهدت تطور كبيراً في المدة الاخيرة وتطبيقاً واسعاً في مختلف المجالات ونموذج TQR هو احد هذه النماذج المهمة الذي يتميز بقدرته على تفسير العلاقة بين المتغير التابع والمتغيرات التوضيحية وفي مستويات مختلفة من التوزيع فهو لا يقتصر على تفسير العلاقة في المتوسط فقط كما في الانحدار الكلاسيكي فضلاً عن ذلك فهو لا يشترط ان تكون البيانات موزعة بشكل طبيعي. ان عملية تقدير النموذج تعتبر من اساسيات بناء النماذج الاحصائية في تحليل الظواهر المختلفة ، واختيار الطرق الدقيقة في الدراسة ينبغي ان تكون من اولويات الدراسة البحثية التي ينبغي التركيز عليها . الاسلوب البيزي وتقنية Lasso له اهمية كبيرة في دقة تقدير النموذج والتعامل مع البيانات عالية الابعاد واختيار المتغيرات المهمة في النموذج للوصول الى نموذج تفسيري وقادر على اجراء التنبؤات اللازمة بشكل اكثر دقة مقارنة بالطرق الكلاسيكية . ومن جانب اخر فان فحص استقرار النماذج الاحصائية هي احدى الخطوات المهمة والتي ينبغي الالتفات اليها وايلائها الاهمية الخاصة قبل استخدام النموذج المقدر في تحليل الدراسة لما لها من اهمية كبيرة في تحديد جودة النموذج وامكانية تعميمه وتطبيقه في تفسير الظواهر.

سيتم في هذا البحث فحص استقرار النماذج المقدره بتقنية Lasso و Lasso المعدلة من خلال

1- فحص ثبات معلمات الانحدار المقدرة في مستويات مختلفة من quantiles (وهو ما يطلق عليه بفحص الكوانتايل احيانا) وباستخدام المقياس (Stability Across Quantiles)

2- فحص سلوك الانكماش بين النماذج باستخدام المقياس (Shrinkage Path) لمقارنة سلوك اختيار المتغيرات عبر النماذج مع تغيير قيمة معلمة الجزاء (λ) عند استخدام التقنيتين Lasso و Lasso المعدلة. ان اهمية هذين المقياسين تظهر من خلال امكانية تقييم استقرارية نموذج TQR في مستويات مختلفة من الكوانتايل ومقارنة مسار الانكماش بغية ابراز الفروق الجوهرية بين تقنية Lasso و Lasso المعدلة لتحديد ايهما افضل في تحقيق استقرارية النموذج من اجل المساهمة في تطوير اساليب تقدير نماذج الانحدار بشكل عام والنماذج الكمية بشكل خاص. في السنوات الاخيرة حدثت تطورات كثيرة في بناء نماذج الانحدار البيزية وبتقنيات التنظيم وبما يتلاءم مع مشكلة عدم تجانس البيانات ومشكلة الابعاد فعلى سبيل المثال في عام 2001 قدم الباحثان (Moyeed & Yu,2001) دراسة حول فحص استقرارية نموذج QR البيزي على كوانتايل مختلفة استخدمها فيها توزيعات اولية مرنة. في عام (2005) تم اقتراح تقنية elastic net من قبل الباحثين (Zou&Hastie,2005,p.311) وبينا اهمية (Shrinkage Paths) في المقارنة بين النماذج. وفي عام 2007 قدم الباحثان (Yu & Julian,2007,p.270) دراسة حول الاسلوب البيزي في تقدير نموذج TQR. في عام 2008 قدم (Park & Casella, 2008,p.686) دراسة حول الاسلوب البيزية بتقنية Lasso بينا فيها اهمية هذا الاسلوب بتقدير معلمات النموذج وبدقة اعلى من الاسلوب الكلاسيكي. وفي عام (2018) قدم (Alhamzawi,et,all,2018p.1172) تطور لخوارزمية Gibbs Sampler لإنجاز تقدير النموذج البيزي في تقنية elastic net. وفي عام (2019) استخدم (Abbas and Alhamzawi, 2019,p.5) تقنية adaptive lasso في انجاز تقدير نموذج TQR البيزي في معالجة مشكلة البيانات عالية الابعاد. في عام (2023) قدم (Liu,et,all. 2023,p.6) خوارزميات مطورة في تقدير نموذج الانحدار الكمي لتحسين دقة التقدير في بيانات غير خطية. وفي عام (2024) قدم (Chen,et,all.2024,p.1648) اسلوبا تكييفيا بتقنية Lasso لتقدير نموذج الانحدار الكمي البيزي لمعالجة مشكلة الافراط في الانكماش للنموذج. وفي عام استخدم 2026 (Wang,et,all.2026,p.5) نموذجا مركبا بين الانحدار الكمي البيزي والانحدار الخطي الجزئي للتعامل مع البيانات الطولية.

1- الجانب النظري:

1-2- نموذج توبت الكمي Tobit Quantile Regression:

نموذج توبت Tobit هو احد نماذج الانحدار الكمية QR المهمة واسعة التطبيق والذي يستخدم لتفسير والتنبؤ في الظواهر التي يكون فيها المتغير المعتمد Y من النوع المراقب، حيث ان البيانات الخاصة في هذا المتغير تكون عادة أعلى أو أقل من نقطة معينة، ويكون هذا المتغير غير معلوم بدقة. لذلك، يتم تسجيل بيانات متغير الاستجابة عند نقطة واحدة تتعلق بهذه الزيادة أو النقصان، بينما تكون المعلومات عن المتغيرات التوضيحية متاحة على مدار كامل البحث أو الدراسة وفي جميع مستوياتها. على سبيل المثال، في البيانات المتعلقة بعدد حالات الإجهاض لدى النساء، يكون عدد الإجهاضات محدداً بأدنى مستوى وهو الصفر وفي هذه الحالة فإن تحليل هذه العلاقة من خلال نماذج الانحدار التقليدية يكون غير فعال و يجب استخدام نماذج أخرى قادرة على معالجة هذه البيانات ونموذج TQR الذي تقدم به العالم Tobin (Tobin, 1958,p. 28) هو احد نماذج المراقبة المهمة الذي يستخدم في تحليل هذا النوع من البيانات. ونموذج TQR الذي تقدم به الباحث (Powell,1986,p150) في عام 1986 هو امتداد لنموذج Tobit والذي يستخدم في دراسة وتحليل البيانات في اي قسم من اقسام التوزيع وعندما يكون المتغير المعتمد محدود .

نموذج TQR يمكن التعبير عنه بالشكل (ALhamzawi ,2016,p. 2420)

$$y = \max\{y_c, y_i^*\} \quad (1)$$

$$y_i^* = x^T \beta_p + u_i \quad (2)$$

حيث ان :

y : يمثل متجه مشاهدات المتغير المعتمد بعد تطبيق القيد

y_c : تمثل نقطة المراقبة

y_i^* : قيم المتغير المعتمد قبل تطبيق القيد

x : يمثل متجه المتغيرات التوضيحية

β : يمثل متجه معاملات النموذج

$0 < p < 1$ تمثل الكوانتايل او النسب المأخوذة على اقسام التوزيع

u_i : يمثل الخطأ العشوائي للنموذج والذي يكون مقيدا بحيث $inverse(CDF)_u(p) = 0$

2-2- الاسلوب الكلاسيكي في تقدير نموذج TQR :

من المزايا المهمة لأسلوب تقدير نماذج الانحدار الكمية (QR) عموما ونموذج TQR خصوصا انه لا يشترط الفروض الشائعة في تحليل الانحدار الاعتيادي من وجوب توزيع الخطأ العشوائي للنموذج بشكل طبيعي وغيرها من الفروض في تحليل الانحدار الاعتيادي ، ولكن هناك شرط وحيد فقط وهو ما سبق ذكره في الفقرة السابقة لتوزيع الخطأ العشوائي $(inverse(CDF)_u(p) = 0)$. الاسلوب الكلاسيكي في تقدير المعلمات لنموذج (TQR) يستند الى تصغير دالة الخسارة الاتية (Abbas & Alhamzawi,2019,p.3) :

$$\hat{\beta}_p = \underset{\beta}{\text{minimize}} \sum_{i=1}^n \rho_p(y - \max\{y_c, x^T \beta_p\}) \quad (3)$$

$$\rho_p(y) = \begin{cases} py & \text{if } y \geq 0 \\ -(1-p)y & \text{if } y < 0 \end{cases} \quad (4)$$

$\hat{\beta}_p$: يعبر عن متجه المعلمات المقدرة في النموذج .

2-3- الاسلوب البيزي في تقدير نموذج TQR :

في عام 2001 قدم الباحثان (Yu & Rana ,2001,p.444) الطريقة البيزية في تقدير معلمات نموذج QR وذلك بافتراض التوزيع لابلاس الملتوي (Asymmetric Laplace) للخطأ العشوائي في نموذج QR .

لاحظ ان هذا الافتراض له اهمية كبيرة في تحقيق الشرط المهم في تحليل نماذج QR والذي تم الاشارة اليه مسبقا وهو ان pth. Quantile لتوزيع الخطأ العشوائي يساوي صفراي ان $(inverse(CDF)_u(p) = 0)$.

كما ان هذا الافتراض سهل عملية التقدير البيزي في نماذج الانحدار الكمية ومنها نموذج TQR بملاحظة ان تصغير دالة الخسارة في (3) يقابل تعظيم دالة الامكان الاتية :

$$f(u|\theta) = p(1-p)\theta \exp[-\theta \rho_p(u)] \quad (5) \quad \text{بافتراض}$$

وحسب هذا الافتراض فان دالة الامكان في نموذج TQR يمكن ان يعبر عنها بالشكل (Abbas & Alhamzawi,2019,p.6)

$$L(y|x, \beta_p, \theta) = p^n (1-p)^n \theta^n \exp\{-\theta \sum_{i=1}^n \rho_p(y_i - \max(y_c, x^T \beta_p))\} \quad (6)$$

و في عام 2001 قدم الباحثان (Kozumi&Kobayshi,2001,p.1570) التمثيل المختلط لتوزيع AL الذي سهل عملية اخذ العينات من التوزيعات اللاحقة و كان له اهمية كبيرة في تسهيل انجاز عملية التقدير البيزي في نماذج QR. التمثيل المختلط لتوزيع AL يمكن التعبير عنه بالشكل الاتي: (Wang,et,all.2026,p.5)

$$b_i y_i^* = x^T \beta_p + \epsilon_1 a_i + \theta^{-1/2} \epsilon_2 \sqrt{a_i}$$

$$\text{Where } \epsilon_1 = (1-2p)/p(1-p), \epsilon_2^2 = 2/p(1-p) \quad (7)$$

$$a_i \sim \exp(1/\theta), b_i \sim N(0,1)$$

4-2- تقنية Lasso و Lasso المعدلة:

من التقنيات الاحصائية المهمة في بناء نماذج الانحدار هي تقنية التي Lasso قدمها الباحث (Tibshirani 1996,p.271), والتي كان لها الدور الكبير في اختيار المتغيرات المهمة في النموذج والوصول الى نماذج تفسيرية وتطوير دقة التنبؤ. وتقنية Lasso في الاسلوب البيزي اصبحت حديثا اداة مهمة في انجاز الكثير من البحوث والدراسات التطبيقية ولاسيما في نماذج الانحدار الكمي وفي نموذج TQR بشكل خاص لما لها من اهمية كبيرة في الاستدلال الاحصائي الهادف والدقيق. كما معروف انه في انجاز الاسلوب البيزي في تقنية Lasso يتم افتراض توزيع لابلاس كتوزيع اولي للمعلمات في النموذج وبشكل مستقل (Tibshirani, 1996,p.271):

$$(8) f(\beta_{pj}, \tau) = \frac{\tau}{2} \exp(-\tau |\beta_{pj}|)$$

$-\infty < \beta_{pj} < \infty, \tau > 0$; is scale parameter

ولتسهيل عملية الاستدلال البيزي في الدوال الشرطية اللاحقة يتم تمثيل توزيع لابلاس بأسلوب مختلط فعلى سبيل المثال الباحثان (Andrews & Mallows, 1974,p.100) قدما التمثيل المختلط من توزيع طبيعي وتوزيع اسي وكالاتي:

$$\frac{\tau}{2} \exp(-\tau |x|) = \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi s}} \exp\left(-\frac{x^2}{2s}\right) \frac{\tau^2}{2} \exp\left(-\frac{\tau^2}{2} s\right) ds \quad (8)$$

في عام 2010 استخدم الباحثان (Li&Lin,2010,p.540) التمثيل الاتي كدالة اولية لمعلمات نموذج QR بشكل مستقل ولكل معلمة:

$$(9) f(\beta_j) = \frac{\delta}{2} \exp(-\delta |\beta_j|)$$

where $\delta = \theta\lambda$

في عام 2018 اقترح الباحثان (Hassan& Majed,2018,p.51) الدالة الاولى لمعاملات نموذج TQR وبشكل مستقل لكل معلمة وكالاتي:

$$(10)p(\beta_{pj}) = \frac{\delta_j}{2c^*} \exp\left(-\frac{\delta_j}{c^*} |\beta_{pj}|\right)$$

حيث ان c^* هي محسوبة مسبقا كالاتي :

$$=p(1-p) , 0 < p < 1 , \frac{\delta_j}{c} > 0 c^*$$

5-2- النموذج الهرمي في تقنية Lasso والمعدلة:

النموذج الهرمي في تقنية Lasso المعدلة هو النموذج الهرمي المقدم من قبل الباحث (Hassan& Majed,2018,p.53) وكالاتي :

$$y = \max\{y_c, y_i^*\}$$

$$b_i y_i^* = x^T \beta_p + \epsilon_1 a_i + \theta^{-1/2} \epsilon_2 \sqrt{a_i}$$

$$(11) a \setminus \lambda \sim \prod_{i=1}^n \lambda \exp(-\lambda a_i)$$

$$b \sim \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} b_i^2\right)$$

$$\theta \sim \theta^{-1}$$

$$(\beta_j \setminus k_j) \stackrel{ind}{\sim} \frac{1}{\sqrt{2\pi k_j}} \exp\left\{-\frac{\beta_j^2}{2k_j}\right\}$$

$$(k_j \setminus \delta_j^2) \stackrel{ind}{\sim} \frac{\delta_j^2}{2c^{*2}} \exp\left(-\frac{\delta_j^2}{2c^{*2}} k_j\right)$$

$$\delta_j^2 \stackrel{ind}{\sim} \frac{d^b}{\Gamma(b)} (\delta_j^2)^{b-1} \exp(-d \delta_j^2) \quad \text{where } d, b = 0.1$$

6-2- الدوال الشرطية اللاحقة في تقنية Lasso المعدلة :

بالاعتماد على النموذج المقدم من قبل الباحث (Hassan& Majed,2018,p.53) فان الدوال الشرطية اللاحقة يمكن ان يعبر عنها بالشكل :

$$(\beta_j \setminus x, y^*, a, \beta_{-j}, k, \theta, \delta_j^2) \sim N(\mu_j, \sigma_j^2)$$

$$\mu_j = \sigma_j^2 \epsilon_2^{-2} \theta \sum_{i=1}^n w_{ij} (x_{ij} \setminus a_i)$$

$$\sigma_j^2 = \frac{1}{\epsilon_2^{-2} \theta \sum_{i=1}^n (x_{ij}^2 a_i^{-1}) + k_j^{-1}}$$

$$(k_j \setminus \mathbf{x}, \mathbf{y}^*, \mathbf{a}, k_{-j}, \boldsymbol{\beta}, \tau, \delta_j^2) \sim GIG(1 \setminus 2, \frac{\delta_j^2}{c^{*2}}, \beta_j^2)$$

$$(\delta_j^2 \setminus \mathbf{x}, \mathbf{y}^*, \mathbf{a}, k_{-j}, \boldsymbol{\beta}, \theta,) \sim \text{Gamma} (b + 1, d + \frac{k_j}{2c^{*2}})$$

ولإجراء المقارنة بين تقنيتي Lasso و تقنية Lasso المعدلة فقد استخدم الباحث نفس النموذج الهرمي اعلاه الى تقنية Lasso باستثناء عدم تضمين c^* في النموذج الهرمي .

7-2- Stability Across Quantiles في فحص استقرارية النموذج :

يعتبر مقياس *Stability Across Quantiles* احد المقاييس الاحصائية المهمة في بيان استقرارية معلمات نموذج QR بشكل عام ونموذج TQR بشكل خاص وفي مختلف اقسام التوزيع (quantiles). يبحث هذا المقياس في بيان مدى قابلية النموذج على المحافظة على الاتساق الداخلي في تقديرات المعلمات وعبر الاقسام المختلفة للتوزيع ،ومن هنا تبرز اهمية هذا المقياس في الحفاظ على موثوقية النتائج في الدراسات التطبيقية . ان الاهتمام بفحص استقرارية نماذج QR ظهر مع بدايات تطور الانحدار الكمي ولعل البدايات كانت منذ 1978 مع (Koenker&Bassett, 1978, p.39) وفي عام 2005 استخدم (Koenker, 2005, p.75) هذا المقياس لفحص استقرارية النموذج في معلمات الكوانتيل المختلفة للنموذج . ويتلخص عمل هذا المقياس باختبار مدى ثبات معلمات النموذج وفي مستويات مختلفة من الكوانتيل حيث يتم مقارنة مقدرات معلمات النموذج المقدرة في الاقسام (quantiles) المختلفة للتوزيع باستخدام نفس بيانات العينة وبالتالي فهو يقيس الاستقرارية الداخلية للنموذج. فاذا كانت :

$$\hat{\beta}_{0.25} = \hat{\beta}_{0.5} = \hat{\beta}_{0.75} = \dots \dots \hat{\beta}_p$$

فان النموذج مستقر داخليا .

ولإجراء هذا الاختبار فقد جرت العادة على استخدام الرسوم البيانية لمسارات المعلمات ومؤشرات التباين .

ان هذا المقياس له اهمية خاصة في التطبيقات المالية والاقتصادية .

8-2- Shrinkage Paths في فحص استقرارية النموذج:

ان فكرة هذا الاختبار بدأت مع تطوير تقنيات الانكماش بدأ من الباحث (Tibshirani, 1996, p.278) الذي قدم تقنية Lasso في عام 1996 عقب ذلك في عام 2005 ما تقدم به الباحثان (Zou&Hastie, 2005, p.311) من تطوير تقنية elastic net ، حيث بينوا اهمية فهم سلوك كعاملات النموذج من خلال رسم مسارات الانكماش .

حديثا اصبح هذا الاختبار معيارية في كثير من البحوث البيزية لأهميته في كشف سلوك معلمات النموذج وبيان مدى استقراريتها مع القيم المختلفة لمعلمة الجزاء . في هذا الاختبار يتم رسم مسار كل معلمة يبين مدى تغير المعلمة مع تغير معلمة الجزاء فاذا كان التغيير البسيط في معلمة الجزاء يؤدي الى تغير سريع لمعلمة النموذج فان هذا مؤشر على عدم استقراريته. اما اذا بقي ثابتا او يتغير ببطء فذلك دليل على استقراريته .

لاحظ ان هذا المقياس لا يعتبر مقياسا مباشرا لقياس الاستقرارية كما هو الحال في المقياس السابق لكنه مكمل له. كما يعتبر اداة مهمة في توضيح الية الانكماش والمفاضلة بين سلوك تقني Lasso و Lasso المعدلة في تحديد المعلمات المستقرة .

2- الجانب التطبيقي :

في هذا الجانب تم التركيز على فحص ومقارنة استقرارية نموذج TQR البيزي بتقنية Lasso و Lasso المعدلة وباستخدام أسلوب المحاكاة حيث تم بناء خوارزمية Gibbs Sampler من قبل الباحث لإجراء المعاينة مت التوزيعات الشرطية اللاحقة وتقدير معلمات النموذج بتقنية Lasso و Lasso المعدلة لاختبار ومقارنة النماذج المقدره وتحت سيناريوهات مختلفة بغية تطوير الاستدلال الاحصائي في نموذج TQR قبل تطبيقه على بيانات حقيقية. تم في هذا البند فحص استقرارية النماذج باستخدام مقياس Stability Across Quantiles لتحديد مدى ثبات معلمات النموذج عبر الكوانتايل المختلفة . كما تم استخدام مقياس Shrinkage Paths لفحص سلوك معلمات النموذج مع معلمة الجزاء λ وفي تقنيتي Lasso و Lasso المعدلة .تم توليد عينة بحجم 200 مفردة باستخدام أسلوب المحاكاة من توزيع AL للخطأ العشوائي وعدد متغيرات توضيحية 10 متغير لبيان مدى قدرة النموذج في التعامل مع مشكلة التعدد الخطي والاختلاف في الكوانتايل .حيث تم استخدام مستويات مختلفة من الكوانتايل (0.25,0.5,0.57) لفحص الاستقرار الداخلي ومقارنة المعلمات المقدره عبر هذه الاقسام من الكوانتايل .بعد ذلك وباستخدام المقياس Shrinkage Paths تم رسم مسارات الانكماش للمعلمات المقدره بالتقنيتين في قيم مختلفة من معلمة الجزاء λ لفحص مدى حساسية المعلمات المقدره.

تم افتراض القيم الاولى لمعلمات النموذج كالاتي:

$$\beta=(1.5, 3,0,2,0,1,0,0,0,1)$$

كما تم افتراض ان التباين للخطأ العشوائي هو : $\sigma^2 = 8$.

تم توليد صفوف مصفوفة المتغيرات المستقلة x من التوزيع الطبيعي وبمتوسط =0 ومصفوفة تباين مشترك لها عناصر تحسب قيمها بالشكل : $a_{ij} = \rho^{|i-j|}$, $\rho = 0.5$.تم استخدام 20000 من التكرارات في خوارزمية Gibbs Sampler ومن ثم تم حساب المعلمات المقدره بطريقة الكلاسيكية وطريقة Lasso و Lasso المعدلة وفي اقسام مختلفة من التوزيع. وتم استخدام المقاييس MAE, RSE, MSE لفحص اداة كل طريقة كما تم رسم مسار الانكماش ايضا لكل طريقة والنتائج في الجداول والاشكال التالية:

جدول رقم (1) يبين مقدرات معلمات نموذج TQR باستخدام الطريقة الكلاسيكية وبأقسام مختلفة

==== Classical Quantile Regression Estimates			
	0.75	0.50	0.25
Beta_1	1.616113	1.616137	1.616189
Beta_2	2.950742	2.950755	2.950776
Beta_3	-0.097913	-0.097905	-0.097887
Beta_4	2.115014	2.115037	2.115084
Beta_5	-0.271933	-0.271906	-0.271857
Beta_6	1.432797	1.432775	1.432731
Beta_7	-0.099600	-0.099616	-0.099650
Beta_8	-0.189526	-0.189549	-0.189594
Beta_9	0.120184	0.120196	0.120220
Beta_10	0.701875	0.701820	0.701710

المصدر: من اعداد الباحث باعتماد مخرجات برنامج R

جدول (2) يبين مقاييس الاداء في الطريقة الكلاسيكية

<i>Performances Classical Metric</i>			
	0.75	0.50	0.25
<i>MAE</i>	0.179046	0.179055	0.179073
<i>MSE</i>	0.044915	0.044917	0.044922
<i>RMSE</i>	0.211931	0.211936	0.211948

المصدر: من اعداد الباحث باعتماد مخرجات برنامج R

من ملاحظة الجدول 1،2 نجد ان تقدير المعلمات يحافظ على استقرارية تقدير المعلمات في الاقسام المختلفة من التوزيع على الرغم من عدم تصفير المعلمات غير المهمة بالنموذج

جدول رقم (3) يبين مقدرات معلمات نموذج *TQR* باستخدام الطريقة *Lasso* وبأقسام مختلفة

<i>=== LASSO Quantile Regression Estimates</i>			
	0.75	0.50	0.25
<i>Beta_1</i>	1.366330	1.286125	1.358506
<i>Beta_2</i>	2.698094	2.569077	2.539517
<i>Beta_3</i>	0.019857	0.000000	0.000000
<i>Beta_4</i>	1.674940	1.836868	2.101289
<i>Beta_5</i>	0.000000	0.000000	0.000000
<i>Beta_6</i>	1.017189	0.658840	0.414639
<i>Beta_7</i>	0.000000	0.000000	-0.000000
<i>Beta_8</i>	-0.000000	0.000000	0.000000
<i>Beta_9</i>	-0.000000	0.000000	0.000000
<i>Beta_10</i>	0.520143	0.381462	0.403602

المصدر: من اعداد الباحث باعتماد مخرجات برنامج R

جدول (4) يبين مقاييس الاداء في الطريقة *Lasso*

<i>:(Performance Metrics (LASSO</i>			
	0.75	0.50	0.25
<i>MAE</i>	0.127754	0.176763	0.188502
<i>MSE</i>	0.044563	0.075703	0.094066
<i>RMSE</i>	0.211100	0.275142	0.306702

المصدر: من اعداد الباحث باعتماد مخرجات برنامج R

من ملاحظة جدول (3،4) نجد ان طريقة التقدير لها اهمية واضحة في اختيار المتغيرات والوصول الى نموذج تفسيري مع المحافظة على استقرارية النموذج لكنها تفقد اهمية استقرارية النموذج في الاقسام العالية من التوزيع .

جدول رقم (5) يبين مقدرات معلمات نموذج *TQR* باستخدام الطريقة *Modified LASSO* وبأقسام مختلفة

=== Modified LASSO Quantile Regression Estimates			
	0.75	0.50	0.25
<i>Beta_1</i>	0.442072	0.119412	0.342906
<i>Beta_2</i>	1.816042	1.616933	1.864697
<i>Beta_3</i>	0.000000	0.000000	0.000000
<i>Beta_4</i>	0.954723	0.800316	1.240153
<i>Beta_5</i>	0.000000	0.000000	0.000000
<i>Beta_6</i>	0.000000	0.000000	0.000000
<i>Beta_7</i>	0.000000	0.000000	0.000000
<i>Beta_8</i>	0.000000	0.000000	0.000000
<i>Beta_9</i>	0.000000	0.000000	0.000000
<i>Beta_10</i>	0.000000	0.000000	0.000000

المصدر: من اعداد الباحث باعتماد مخرجات برنامج *R*

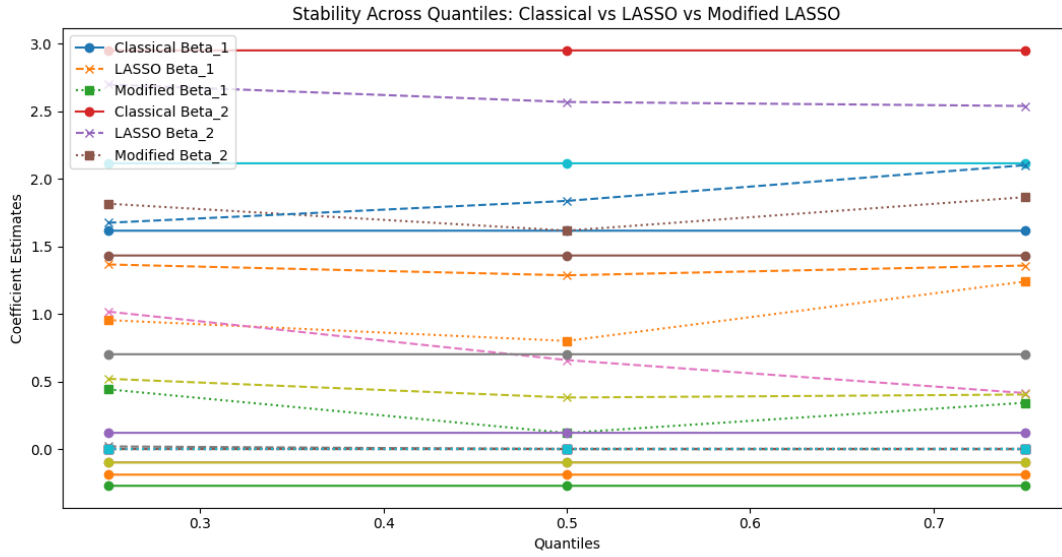
جدول (6) يبين مقاييس الاداء في الطريقة *Modified LASSO*

:(Performance Metrics (Modified LASSO			
	0.75	0.50	0.25
<i>MAE</i>	0.528716	0.596334	0.505224
<i>MSE</i>	0.561357	0.725814	0.520515
<i>RMSE</i>	0.749238	0.851947	0.721467

المصدر: من اعداد الباحث باعتماد مخرجات برنامج *R*

شكل رقم (1) يبين مدى استقرارية معلمات النموذج في الاقسام المختلفة من النموذج ولكل طريقة

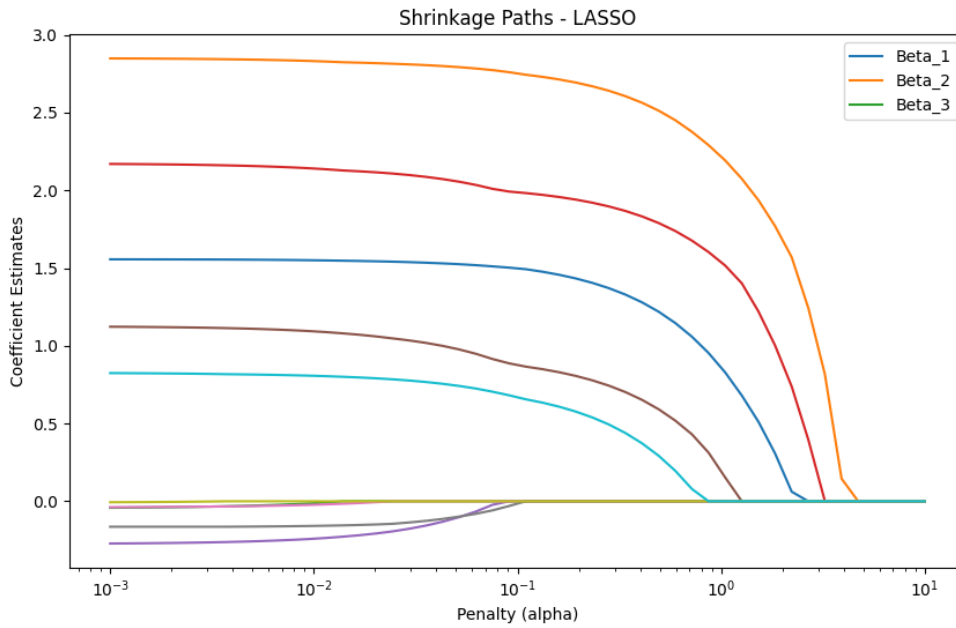
من الجداول (5،6) يمكن ملاحظة ان طريقة *Lasso* المعدلة تظهر انكماش سريع للمعلمات وهي تهمل حتى بعض المعلمات المهمة وهذا يعود الى تضخيم العقوبة المفروضة على المعلمات في هذه الطريقة



المصدر: من اعداد الباحث باعتماد مخرجات برنامج R

شكل (2) يبين مسارات الانكماش للمعاملات المقدرة بطريقة *Lasso* وحسب قيم معلمة الجزاء

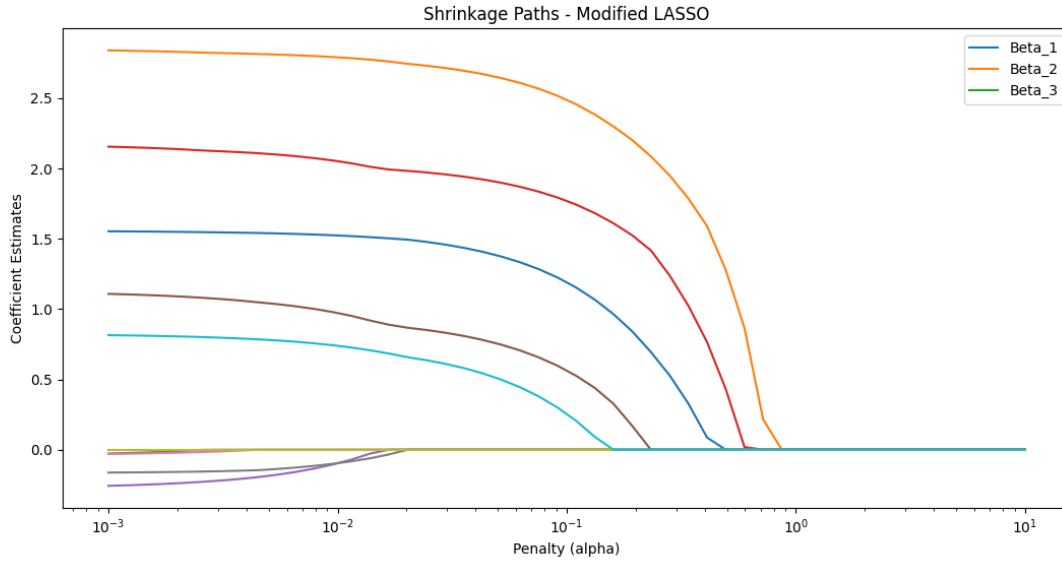
نلاحظ ان قيم المعاملات تبدأ بالانكماش كلما زادت قيمة معلمة الجزاء لكنها تحافظ على استقرارية مهمة للمتغيرات المهمة



المصدر: من اعداد الباحث باعتماد مخرجات برنامج R

شكل (3) يبين مسارات الانكماش للمعاملات المقدرة بطريقة *Modified Lasso* وحسب قيم معلمة الجزاء

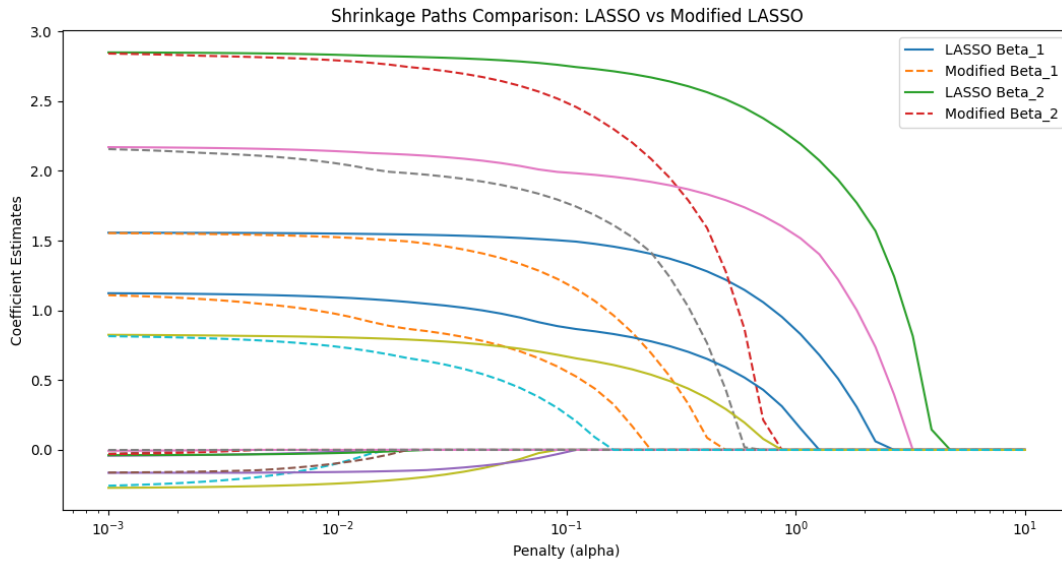
نلاحظ انكماش المعاملات سريعا وتقترب الى الصفر مقارنة بطريقة *Lasso* مما يدل التأثير الشديد بزيادة قيمة معلمة الجزاء والسبب يعود الى ان تعديل تقنية *Lasso* ادى الى تضخيم العقوبة المفروضة على المعاملات الامر الذي ادى الى انكماش المعاملات الى الصفر بشكل سريع وحتى بعض المعاملات المهمة.



المصدر: من اعداد الباحث باعتماد مخرجات برنامج R

شكل (4) يبين سلوك الطريقتين في مسار الانكماش مع تغيير قيم معلمة الجزاء

نلاحظ ان بطريقة *Lasso* تنكمش تدريجيا وبشكل اكثر استقرارية نحو الصفر مع زيادة قيمة معلمة الجزاء بخلاف تقنية *Modified Lasso* التي تنكمش سريعا الى الصفر مع زيادة قيمة معلمة الجزاء



المصدر: من اعداد الباحث باعتماد مخرجات برنامج R

نلاحظ من الاشكال والجداول السابقة:

الطريقة الكلاسيكية :

القيم التقديرية للمعاملات قريبة جدا من الحقيقية الا ان هذه الطريقة لا تقوم بتصفير المعاملات غير مهمة اما عن استقرارية المعاملات في الاقسام المختلفة فهي مستقرة بشكل مميز.

طريقة Lasso: بعض المعلمات اظهرت تذبذبا عبر الاقسام المختلفة (β_1, β_2) اي ان الطريقة اقل استقرارا من السابقة على الرغم من انه اهمل المتغيرات غير مهمة في النموذج اي ان هذه الطريقة جيدة في اختيار المتغيرات لكنها اقل استقرارا من الطريقة الكلاسيكية .

طريقة Modified Lasso:

اظهرت هذه الطريقة الاداء انكماش اعلى من حيث اختيار المتغيرات في النموذج على الرغم من انها تؤدي الى نموذج مبسط لكنها قد تفقد بعض المتغيرات المهمة.

3- التوصيات :

1- نوصي باستخدام طريقة Lasso في تقدير نموذج الانحدار المتعدد في الحالات التي تتطلب اختزال المتغيرات المستقلة واختيار المتغيرات المهمة فقط مع ملاحظة ان استقرارية النموذج تقل في الاقسام العالية من التوزيع .

2- تطوير تقنية Lasso المعدلة التي يمكن ان توازن بين الحفاظ على المتغيرات الاساسية وقوة العقوبة وبما يحقق استقرارية النموذج عبر الاقسام المختلفة .

3- استخدام المقاييس (RMSE,MAE) مع مقاييس الاستقرار للوصول الى تقييم شامل للنموذج.

References :

- [1] Abbas, H. K., and R. J. Alhamzawi. "Bayesian Adaptive Lasso Tobit Regression." *Journal of Al-Qadisiyah for Computer Science and Mathematics*, vol. 11, no. 1, 2019, pp. 1–10.
- [2] Alhamzawi, Rahim. "Bayesian Elastic Net Tobit Quantile Regression." *Communications in Statistics – Simulation and Computation*, vol. 45, no. 7, 2016, pp. 2409–2427.
- [3] Alhamzawi, Rahim, H. Bahar, and H. T. M. Ali. "The Bayesian Elastic Net Regression." *Communications in Statistics – Simulation and Computation*, vol. 47, no. 4, 2018, pp. 1168–1178.
- [4] Andrews, D. F., and C. L. Mallows. "Scale Mixtures of Normal Distributions." *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, vol. 36, no. 1, 1974, pp. 99–102.
- [5] Chen, R., M. Dao, and M. Wang. "Bayesian Adaptive Lasso Quantile Regression with Non-Ignorable Missing Responses." *Computational Statistics*, 2024.
- [6] Hassan, M. M., & . Majid ,H. H. *Modified Estimators for Parameters in TQR Model Using Hierarchical Bayesian Method with Practical Application*. University of Baghdad, College of Administration and Economics, 2018. Doctoral dissertation (unpublished).

- [7] Kozumi, Hideo, and G. Kobayashi. “*Gibbs Sampling Methods for Bayesian Quantile Regression.*” *Journal of Statistical Computation and Simulation*, vol. 81, 2011, pp. 1565–1578.
- [8] Yu, Keming, and Julian Stander. “*Bayesian Analysis of a Tobit Quantile Regression Model.*” *Econometrics*, vol. 137, no. 1, 2007, pp. 260–276.
- [9] Yu, Keming, and Rana A. Moyeed. “*Bayesian Quantile Regression.*” *Statistics & Probability Letters*, vol. 54, 2001, pp. 437–447.
- [10] Koenker, Roger. *Quantile Regression*. Cambridge University Press, 2005.
- [11] Koenker, Roger, and G. Bassett. “*Regression Quantiles.*” *Econometrica*, vol. 46, no. 1, 1978, pp. 33–50.
- [12] Liu, B., K. Li, and T. Pang. “*Bayesian Smoothed Quantile Regression.*” *arXiv preprint arXiv:2301.01234*, 2023.
- [13] Powell, James. “*Censored Regression Quantiles.*” *Journal of Econometrics*, vol. 32, 1986, pp. 143–155.
- [14] Li, Qing, Rubin Xi, and Nan Lin. “*Bayesian Regularized Quantile Regression.*” *Bayesian Analysis*, vol. 5, no. 3, 2010, pp. 533–556.
- [15] Tibshirani, Robert. “*Regression Shrinkage and Selection via the Lasso.*” *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, vol. 58, no. 1, 1996, pp. 267–288.
- [16] Tobin, James. “*Estimation of Relationships for Limited Dependent Variables.*” *Econometrica*, vol. 26, no. 1, 1958, pp. 24–36.
- [17] Park, Trevor, and George Casella. “*The Bayesian Lasso.*” *Journal of the American Statistical Association*, vol. 103, no. 482, 2008, pp. 681–686.
- [18] Wang, X., J. Chen, and Y. Huang. “*Bayesian Weighted Composite Quantile Regression in Varying-Coefficient Partially Linear Mixed-Effects Model.*” *Computational Statistics*, 2026.
- [19] Zou, Hui, and Trevor Hastie. “*Regularization and Variable Selection via the Elastic Net.*” *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, vol. 67, no. 2, 2005, pp. 301–320.